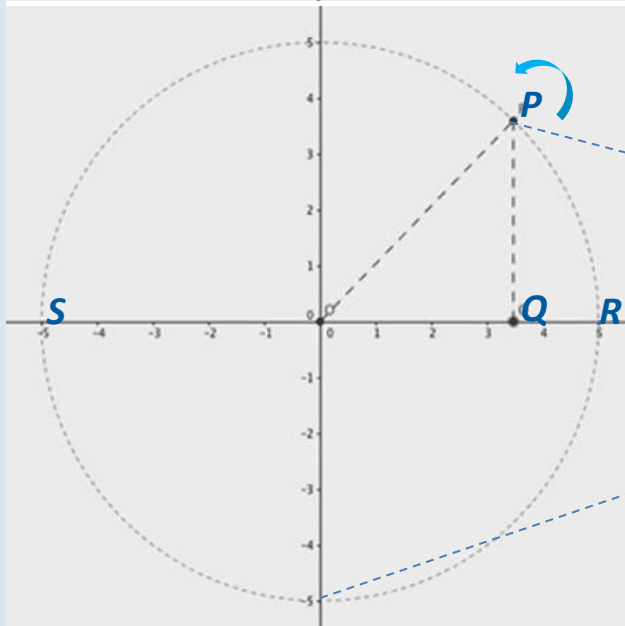
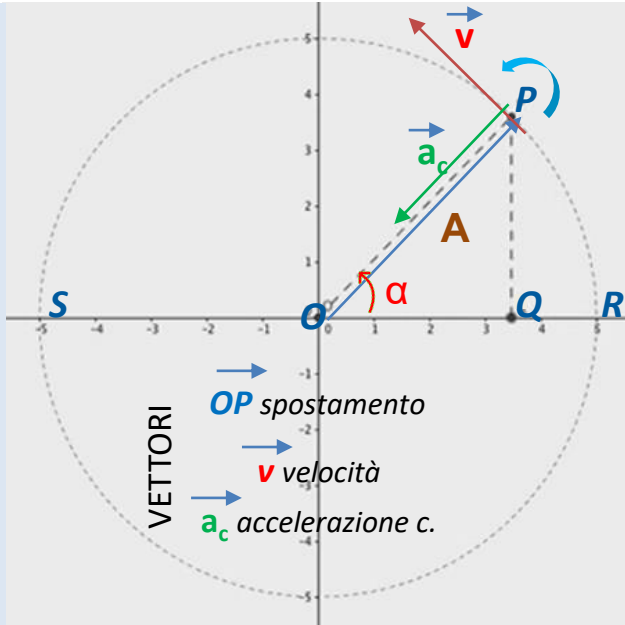


«Si chiama **MOTO ARMONICO** il movimento che si ottiene proiettando su un diametro le posizioni di un punto materiale che si muove di moto circolare uniforme» (Amaledi)



Moto del punto P

## Moto Circolare Uniforme

raggio **A**; periodo **T** (s); frequenza **f = 1/T** (Hz)

modulo velocità **v = 2π·A/T = ω·A**, chiamando:

velocità angolare **ω = 2π/T** (rad/s) ↔ **ω = 2π·f**

modulo accelerazione centripeta **ac = ω²·A**

Moto del punto Q (proiezione del moto di P su diametro RS)

## Moto Armonico

ampiezza **A**; periodo **T** (s); frequenza **f = 1/T** (Hz)

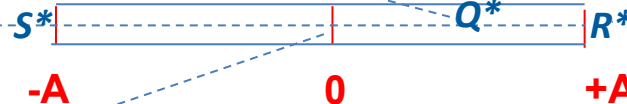
pulsazione **ω = 2π/T** (rad/s) ↔ **ω = 2π·f**

«... motoriduttore con albero verticale ... sulla cui parte superiore è calettato un albero con perno, eccentrico di 3,5 mm (e conseguente corsa totale di 7 mm), sul quale è a sua volta montata una bielletta a due testine snodabili...»

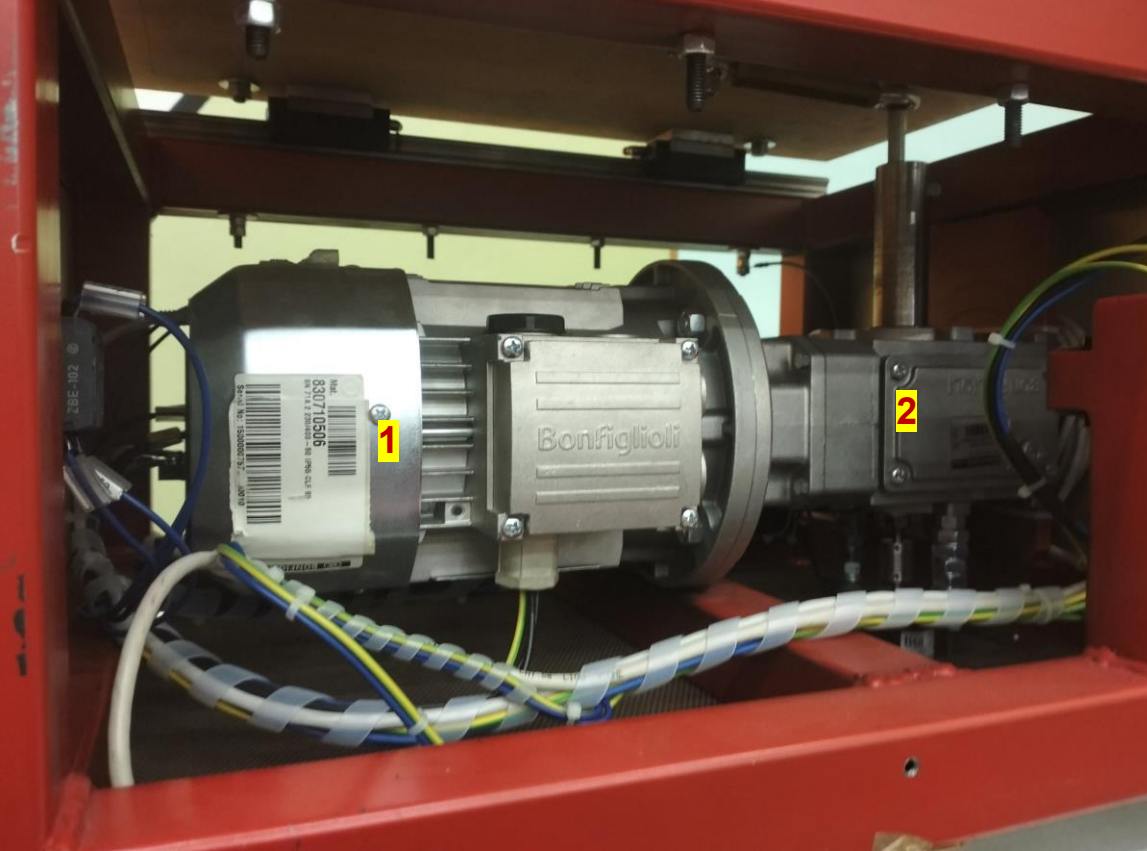
MECCANISMO  
BIELLA-MANOVELLA

TVB\_2016

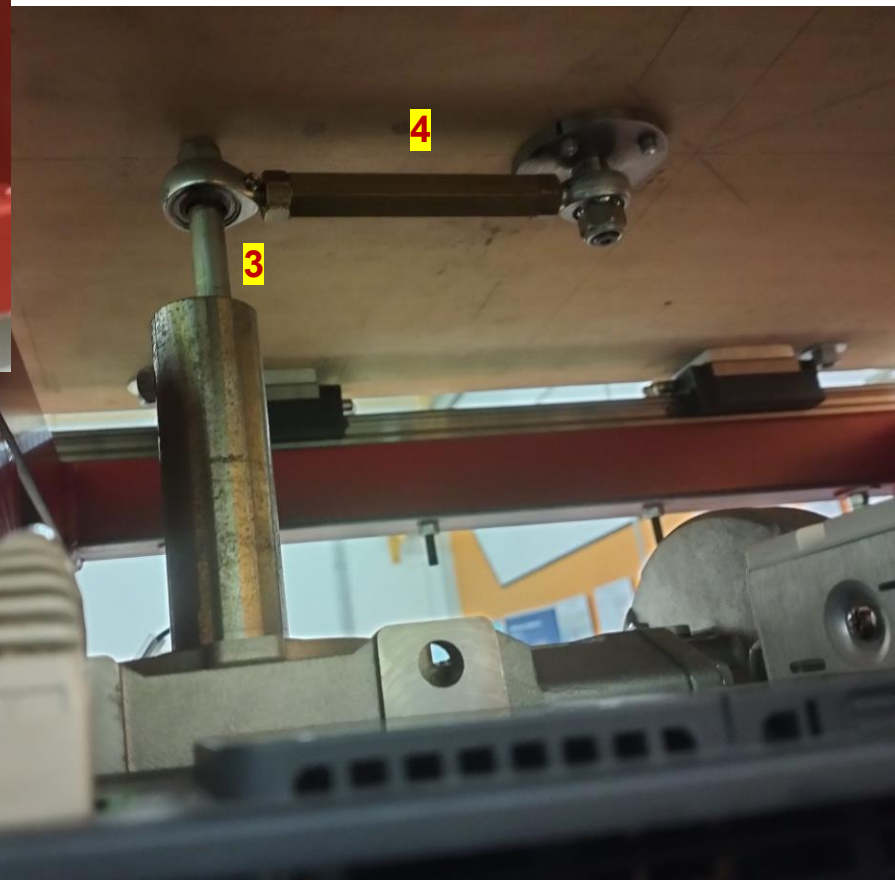
[Manuale tecnico](#)

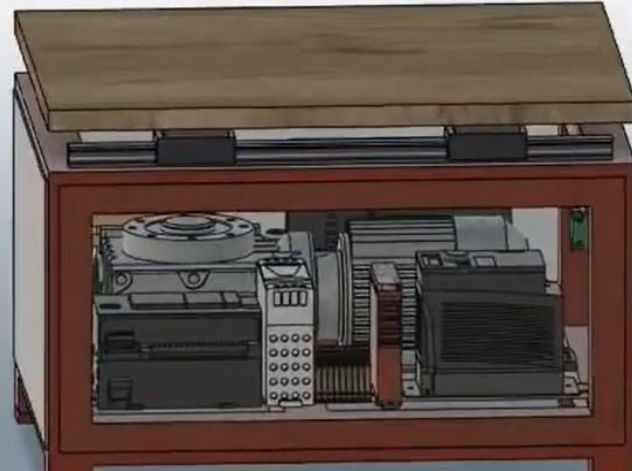


«...Sulla parte superiore della struttura sono posizionate due guide lineari parallele con relative boccole scorrevoli che sostengono il piano il cui movimento oscillatorio è determinato dal fissaggio della bielletta allo stesso piano.»



- 1 motore asincrono trifase
- 2 motoriduttore con albero verticale
- 3 albero eccentrico di 3,5 mm
- 4 bielletta a due testine snodabili
- 5 due guide parallele con bocche scorrevoli





<https://share.eon-xr.com/lesson/270/317706>

Realtà aumentata  
Video-lezione 3D  
interattiva  
(Andrea Mazzoli a.s. 2021-22)



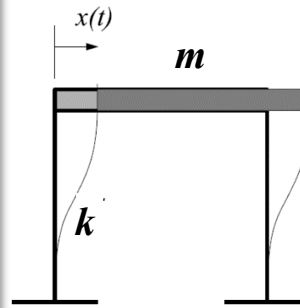
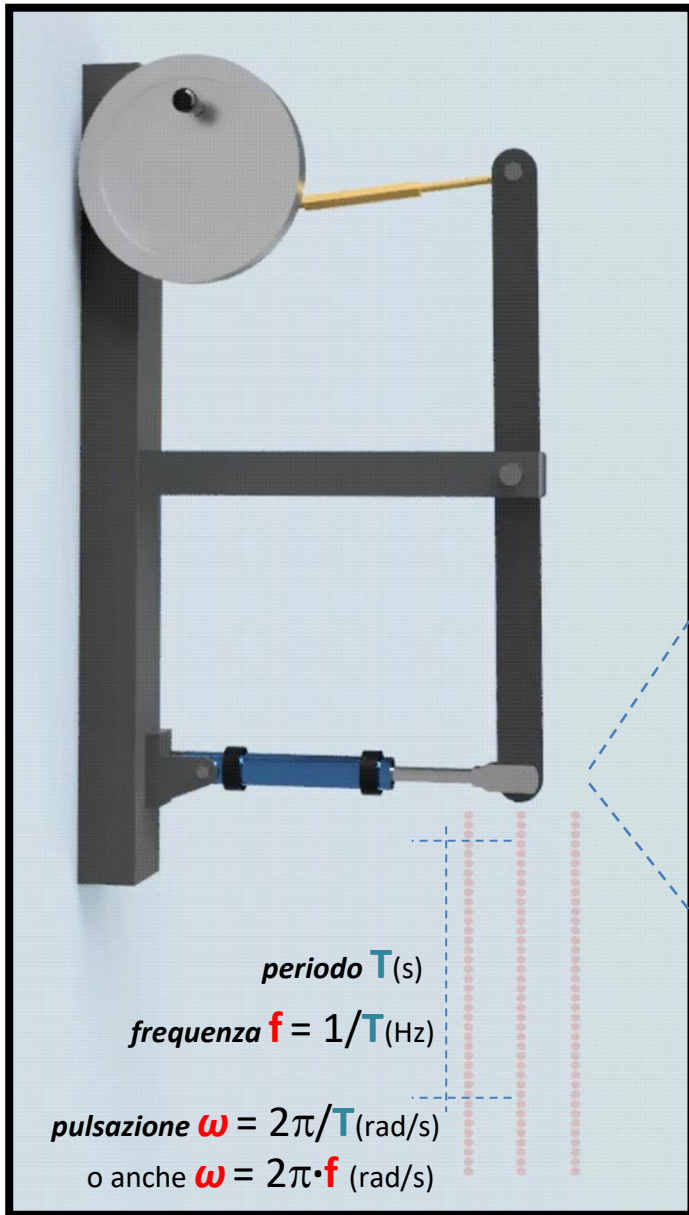
MACCHINA DEL TERREMOTO



# M. biella-manovella



Per trattazione analitica: vedi (in calce) pp. 184-185-186 del volume di P.Malaguti, A.Zanon *Principi di meccanica e macchine a fluido* Cappelli Ed. 2011



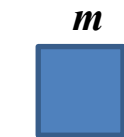
[https://www.utsbasilicata.it/allegati/RESISM/5\\_Documento\\_didattico.pdf](https://www.utsbasilicata.it/allegati/RESISM/5_Documento_didattico.pdf)

Esiste valore critico  $f_1$  (e -quindi- anche valori critici  $T_1$  e  $\omega_1$ ): «**risonanza**»  
**DOCUMENTO DIDATTICO 2011**  
dice ... **Si può dimostrare che:**

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$



[**MA** sono anche possibili dimostrazioni «semplici»:  
es. con guida del docente di fisica/matematica  
Proposta in due slides **a** e **b** + breve video su  
«FORZA ELASTICA E MOTO ARMONICO»]

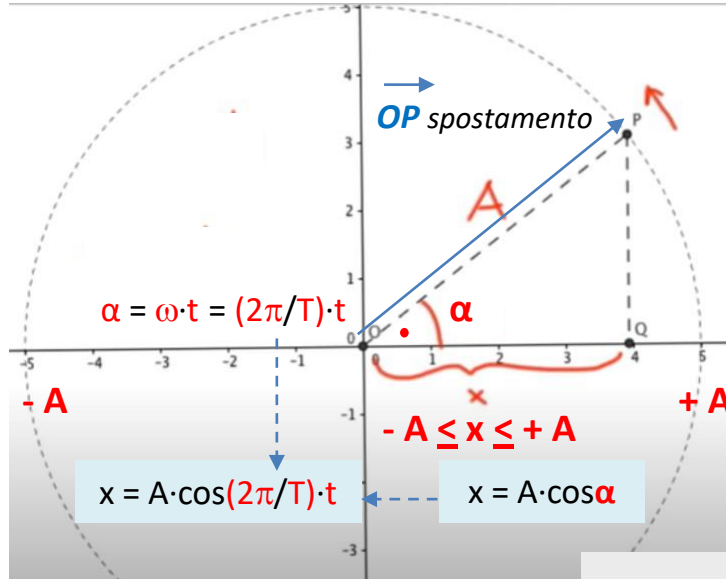


$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$f_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$



«Si chiama **MOTO ARMONICO** il movimento che si ottiene proiettando su un diametro le posizioni di un punto materiale che si muove di moto circolare uniforme» (Amaldi)



### Moto Circolare Uniforme – M.C.U.

raggio  $A$ ; periodo  $T$  (s); frequenza  $f = 1/T$  (Hz)

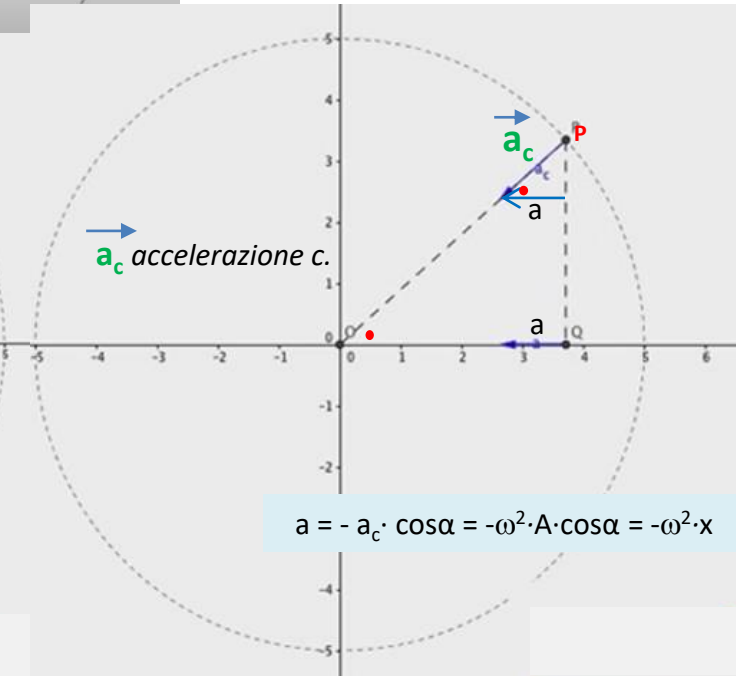
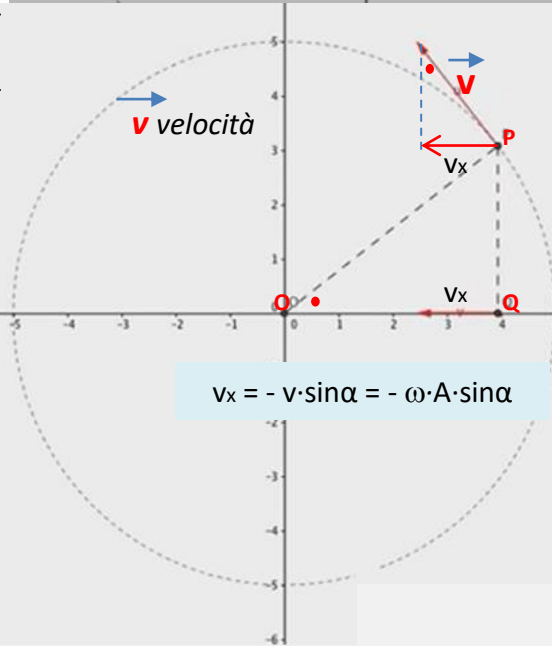
velocità angolare  $\omega = 2\pi/T$  (rad/s)  $\Leftrightarrow \omega = 2\pi \cdot f$

m. velocità  $v = \omega \cdot A$ ; m. accelerazione centripeta  $a_c = \omega^2 \cdot A$

### Moto Armonico – M.A.

ampiezza  $A$ ; periodo  $T$ ; frequenza  $f = 1/T$

pulsazione  $\omega = 2\pi/T = 2\pi \cdot f$



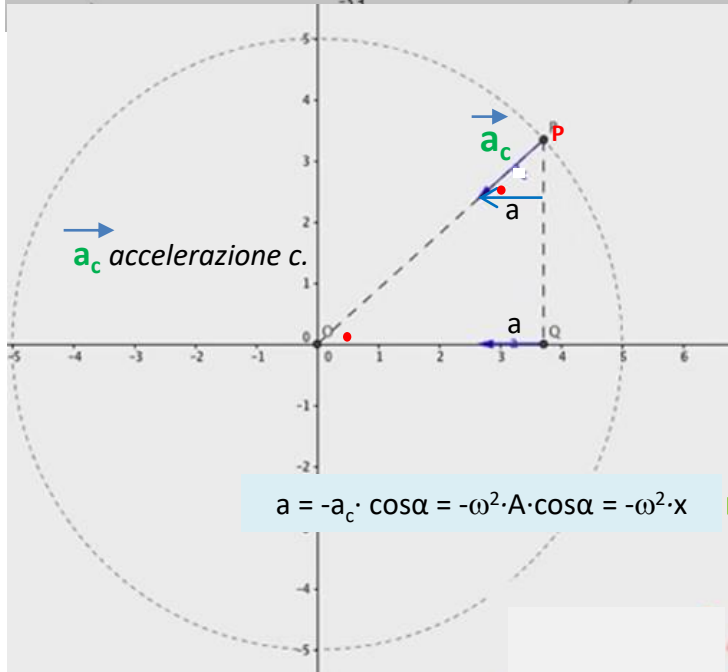
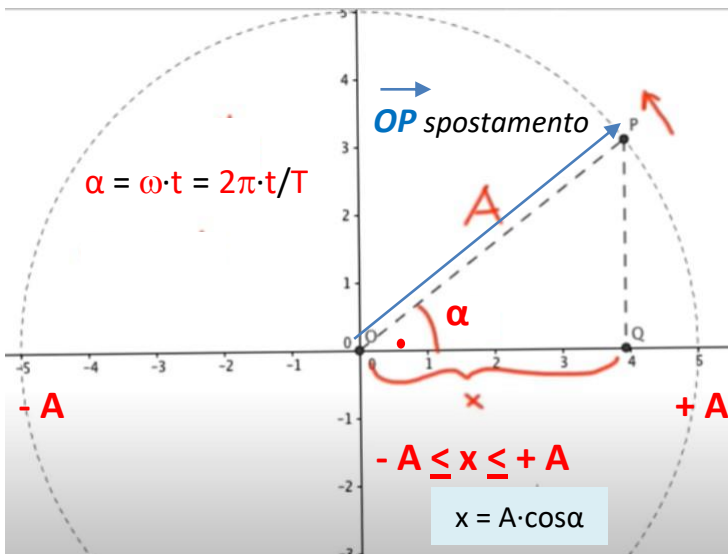
$a = -\omega^2 \cdot x$

# VIDEO SULLA FORZA ELASTICA E IL MOTO ARMONICO

PERCHE' LA FORZA ELASTICA E'  
LEGATA AL MOTO ARMONICO?

TEORIA IN BREVE E 2 ESERCIZI SVOLTI!  
😊

«Si chiama **MOTO ARMONICO** il movimento che si ottiene proiettando su un diametro le posizioni di un punto materiale che si muove di moto circolare uniforme» (Ama/di)



## Moto Circolare Uniforme – M.C.U.

raggio **A**; periodo **T** (s); frequenza **f** = 1/T (Hz)

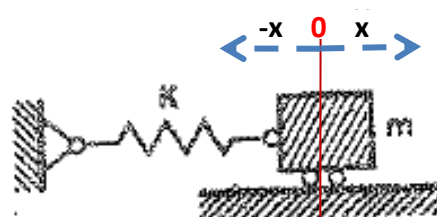
velocità angolare  $\omega = 2\pi/T$  (rad/s)  $\Leftrightarrow \omega = 2\pi \cdot f$

m. velocità **v** =  $\omega \cdot A$ ; m. accelerazione centripeta **a<sub>c</sub>** =  $\omega^2 \cdot A$

## Moto Armonico – M.A.

ampiezza **A**; periodo **T**; frequenza **f** = 1/T

pulsazione  $\omega = 2\pi/T = 2\pi \cdot f$



Forza elastica e moto armonico

Legge di Hooke

Forza elastica  $F_e = -K \cdot x$

2° principio  $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$  e  $F_x = F_e$

e quindi  $m \cdot a = -K \cdot x$

cioè  $a = -(K/m) \cdot x$

$a = -\omega^2 \cdot x$

$\omega^2 = k/m$

$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

## 8.6. Trasmissione del moto mediante il meccanismo biella-manovella

Adriano Zanon

Paolo Malaguti

# Principi di meccanica e macchine a fluido



Cappelli Editore

Il meccanismo biella-manovella è ampiamente utilizzato nelle macchine alternative (motrici e operatrici). Se impiegato in una macchina alternativa motrice quale, ad esempio, un motore a combustione interna, trasforma un moto rettilineo alternativo in un moto circolare; se utilizzato invece in una macchina alternativa operatrice quale, ad esempio, una pompa o un compressore, consente di trasformare un moto circolare in un moto rettilineo alternativo.

Questo meccanismo può essere schematizzato come in Figura 8.7: l'asta  $O_1B$  («manovella») può ruotare attorno all'estremità  $O_1$ ; l'asta  $BP$  («biella»), incernierata in  $B$  alla manovella, è collegata in  $P$  a uno stantuffo che, scorrendo all'interno di un cilindro, descrive una traiettoria rettilinea spostandosi lungo la retta  $PO_1$  da una posizione estrema (PME = punto morto esterno) nella quale biella e manovella sono allineate ma non sovrapposte, a un'altra (PMI = punto morto interno) nella quale biella e manovella sono allineate e sovrapposte. La distanza che intercorre tra il PME e il PMI, detta «corsa» ( $c$ ) è pari a due volte la lunghezza ( $r$ ) della manovella.

L'estremità  $P$  dell'asta  $PB$  è detta «piede di biella»: è dotata di moto rettilineo alternativo. L'estremità opposta ( $B$ ), incernierata alla manovella (e chiamata «testa di biella»), è dotata di moto circolare. Le varie sezioni del fusto della biella descrivono, durante il funzionamento, traiettorie ellittiche tanto più «schiacciate» quanto più la sezione considerata è prossima al piede di biella. Il perno  $B$  di articolazione della manovella con la biella è chiamato «bottono di manovella». Esso è dotato di moto circolare: descrive, solidalmente con la testa di biella, una circonferenza di centro  $O_1$  e raggio  $r$  con una velocità ( $v_B$ ) che vale:

$$v_B = \omega \cdot r \quad [\text{m/s}] \quad (57)$$

Il piede di biella ( $P$ ) descrive invece una traiettoria rettilinea e ha una velocità media ( $v_p$ ) che vale:

$$v_p = \frac{2 \cdot c}{T} \quad [\text{m/s}] \quad (58)$$

ove:  $c$  è la corsa del pistone con cui si articola il piede di biella  $P$  ( $c$  è misurata in metri);

$T$  è il «periodo», ovvero l'intervallo di tempo impiegato dal manovellismo per realizzare un ciclo completo (cioè una corsa di andata e una di ritorno).

$T$  viene misurato in secondi.

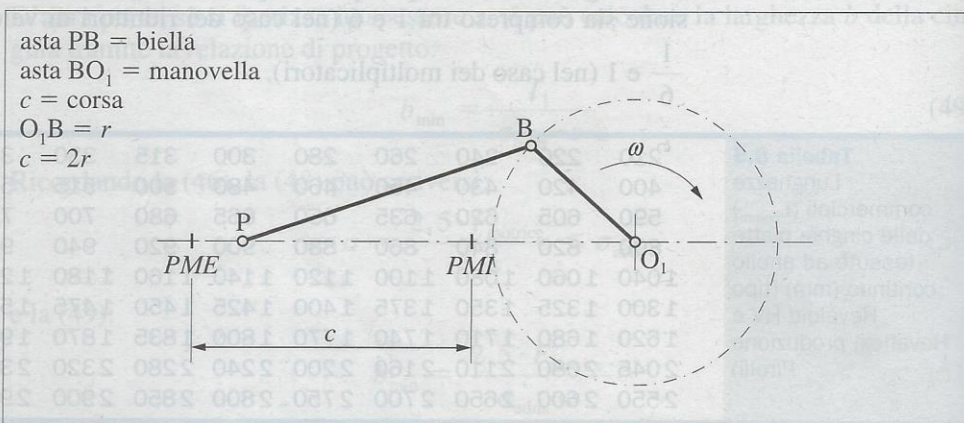


Figura 8.7

Il meccanismo biella-manovella (schema).



L'espressione (58) può anche scriversi:

$$v_p = \frac{2 \cdot c \cdot n}{60} \quad [\text{m/s}] \quad (59)$$

ove  $n$  è la velocità di rotazione dell'albero che ruota solidalmente con la manovella  $O_1B$ ;  $n$  è misurata in rpm (= *revolutions per minute*, cioè giri/min).

Se il manovellismo di Figura 8.7 è utilizzato in un motore alternativo, il momento che fa girare l'albero (tramite la manovella) è dovuto alla spinta esercitata sullo stantuffo dal fluido in pressione contenuto nel cilindro. Detta  $A_{\text{pistone}}$  l'area (misurata in  $\text{m}^2$ ) della sezione dello stantuffo, tale spinta vale:

$$F = p \cdot A_{\text{pistone}} \quad [\text{N}]$$

ove  $p$  è la pressione del fluido [Pa]

La forza  $F$  agisce nella direzione  $PO_1$ , cioè lungo l'asse del cilindro. Se scomponiamo  $F$  in due componenti, una avente la direzione della biella e l'altra la direzione perpendicolare alla retta  $PO_1$ , otteniamo rispettivamente le forze  $F'$  e  $F''$  (Figura 8.8).

Esse valgono:

$$F' = \frac{F}{\cos \alpha} \quad (60)$$

$$F'' = F \cdot \text{tg} \alpha \quad (61)$$

Mentre la componente  $F'$  viene trasmessa al bottone di manovella (B), la componente  $F''$ , diretta perpendicolarmente allo spostamento del piede di biella (P), dà origine a una forza d'attrito ( $R$ ) tra il pistone e la parete del cilindro che vale:

$$R = f \cdot F''$$

Trattandosi di una forza resistente (che, come tale, abbassa il rendimento del manovellismo) si ricorre a vari accorgimenti (ad esempio: adottando manovellismi opportunamente «disassati» – cioè non in asse –) per attenuarla il più possibile.

La forza  $F'$ , considerata ora applicata in B, può essere scomposta a sua volta in una componente radiale ( $F_r$ ) e una tangenziale ( $F_t$ ). Quest'ultima, tangente in B alla traiettoria circolare del bottone di manovella, determina il momento motore ( $M_{\text{motore}}$ ) agente sull'albero.

Risulta infatti:

$$M_{\text{motore}} = F_t \cdot \overline{BO_1} = F_t \cdot r \quad (62)$$

Per quanto riguarda la componente radiale ( $F_r$ ), essa non ha alcuna influenza sulla rotazione della manovella (infatti agisce lungo l'asse della manovella stessa).

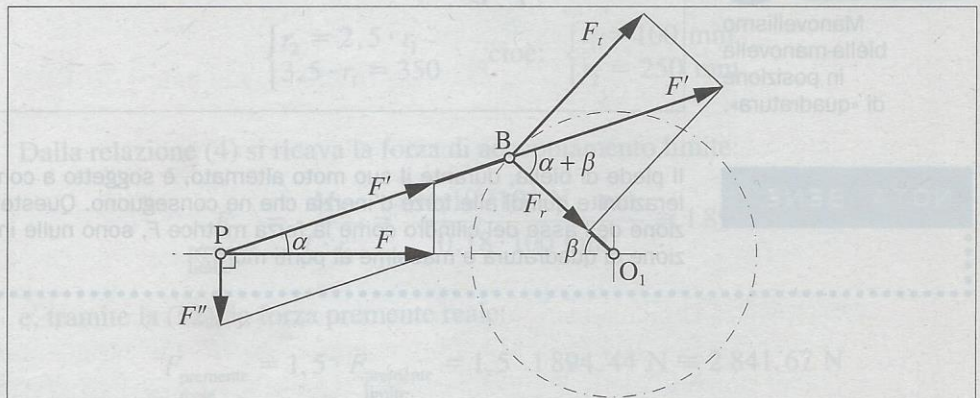


Figura 8.8

Da semplici considerazioni trigonometriche risulta:

$$F_t = F' \cdot \sin(\alpha + \beta) \quad (63)$$

Inserendo la (60) nella (63) si ottiene:

$$F_t = F \cdot \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha} \quad (64)$$

Inserendo la (64) nella (62) si ha infine:

$$M_{\text{motore}} = F \cdot r \cdot \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha} \quad (65)$$

Il momento motore dunque varia, istante per istante, al variare della configurazione geometrica del manovellismo, cioè al variare di  $\alpha$  e  $\beta$ . In particolare si rileva che:

1. ai punti morti il momento è nullo. Infatti:

– in corrispondenza di PME risulta:

$$\alpha = 0; \beta = 0 \quad \text{e quindi: } \alpha + \beta = 0;$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(0) = 0; \quad (\cos \alpha = \cos 0 = 1)$$

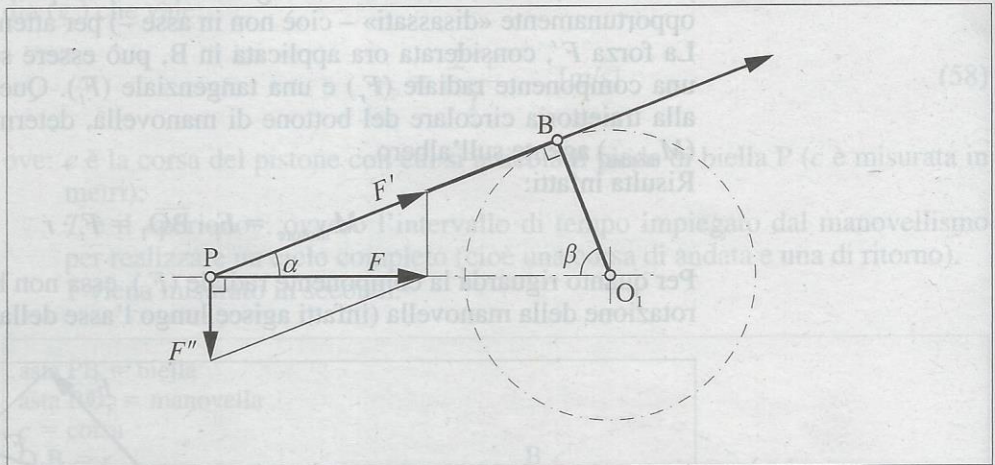
– in corrispondenza di PMI risulta:

$$\alpha = 0; \beta = 180^\circ \quad \text{e quindi: } \alpha + \beta = 180^\circ;$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin 180^\circ = 0; \quad (\cos \alpha = \cos 180^\circ = -1)$$

2) il momento è massimo nella «posizione di quadratura», cioè quando biella e manovella sono tra loro perpendicolari (Figura 8.9) (in questo caso  $F'$  coincide con  $F_t$ ). Risulta allora:  $(\alpha + \beta) = 90^\circ$ ;  $\sin(\alpha + \beta) = \sin 90^\circ = 1$  e:

$$M_{\text{motore}} = \frac{F \cdot r}{\cos \alpha} = F' \cdot r \quad (66)$$



**Figura 8.9**

Manovellismo biella-manovella in posizione di «quadratura».

**NOTA BENE**

Il piede di biella, durante il suo moto alternato, è soggetto a continue accelerazioni e decelerazioni e quindi alle forze d'inerzia che ne conseguono. Queste ultime agiscono nella direzione dell'asse del cilindro come la forza motrice  $F$ , sono nulle in corrispondenza della posizione di quadratura e massime ai punti morti.